

INTRODUCCIÓN A LA ESTADÍSTICA – PROBLEMAS – TEMA 4

1. El coste (en miles de euros) de mantener una máquina funcionando durante un día es una variable aleatoria (v.a.) discreta X con la siguiente función de probabilidad:

x	0.5	1	1.5	2
$f(x)$	0.70	0.15	0.10	λ

- a. Calcula el valor de λ
 - b. Un directivo afirma que en un día la máquina no es rentable si su coste es superior a 500 €. ¿Cuál es la probabilidad de que en un día determinado la máquina no sea rentable?
 - c. Llamemos $F(x)$ a la función de distribución de X .
 - c1. Determina $F(x)$ y represéntala.
 - c2. ¿Es cierto que $P(X < 1) = F(1)$? Justifica tu respuesta.
 - c3. ¿Es cierto que $P(X > 1) = 1 - F(1)$? Justifica tu respuesta.
2. En un juego de azar, se extrae aleatoriamente un número de tres cifras (entre 000 y 999, ambos inclusive). Para participar en el juego, debemos comprar por p euros una papeleta que contiene uno de estos números de tres cifras. Si nuestro número coincide con el extraído nos dan 500 €; si nuestro número no coincide con el extraído pero las dos últimas cifras de nuestro número si son iguales a las dos últimas cifras del número extraído, nos dan 50 €; si las dos últimas cifras de nuestro número no son iguales a las dos últimas cifras del número extraído, nos dan los p euros que costó la papeleta; y si la última cifra de nuestro número no es igual a la última cifra del número extraído, no recibimos nada. ¿Cuál debe ser el valor de p para que la esperanza de la ganancia neta que se obtiene por participar en este juego sea 0?
3. Ana y María disponen de 12 €, que deben repartirse entre ellas. Han decidido repartirlo jugando con un dado del modo siguiente: Ana hará un lanzamiento, y si obtiene un seis entonces Ana se lleva 12 €, María no se lleva nada y se acaba el juego; si Ana no obtiene un seis, entonces María lanzará el dado y si obtiene un número par entonces María se lleva 12 €, Ana no se lleva nada y se acaba el juego; si María no obtiene un número par, Ana hará un último lanzamiento y si

obtiene un número par entonces Ana se lleva los 12 € y María no se lleva nada, mientras que si no obtiene un número par entonces cada una se lleva 6 €. ¿Es la esperanza de la cantidad de euros que se llevará Ana superior a la esperanza de la cantidad de euros que se llevará María?

4. Una librería compra cada semana ejemplares de una revista. El número de ejemplares de la revista que se demandan en una semana es una v.a. discreta con la siguiente función de probabilidad:

x	0	1	2	3
$f(x)$	0.10	0.35	0.30	0.25

- a. Calcula la esperanza del número de ejemplares de la revista que se demandan en una semana.
- b. Cada semana la librería debe decidir cuántos ejemplares de la revista compra. La librería paga 2 € por cada ejemplar que compra y después lo pone a la venta por 6 €; cuando un ejemplar no es vendido no puede devolverse, por lo que el dinero gastado en él supone una pérdida para la librería.
 - b1. Esta semana la librería ha decidido comprar 2 ejemplares de la revista. ¿Cuál es la esperanza de la variable aleatoria “beneficio obtenido por las ventas de la revista esta semana”?
 - b2. Si esta semana la librería hubiere decidido comprar 3 ejemplares de la revista, ¿habría sido mayor la esperanza del beneficio obtenido por ventas de esta revista?

5. Los posibles resultados de la v.a. discreta X son 1, 2, 3 y 4, y su función de probabilidad es:

x	1	2	3	4
$f(x)$	0.1	0.2	p_1	p_2

- a. Determina p_1 y p_2 sabiendo que la media de X es 3.

- b. Calcula $E(2 + 3X)$.
- c. Calcula $E(X^2)$.
- d. Calcula $E\left(\frac{1}{X}\right)$.
- e. Si no conociéramos la función de probabilidad de X pero sí el valor de $E(X)$, ¿habría sido posible calcular $E(2 + 3X)$?; ¿habría sido posible calcular $E(X^2)$?; ¿habría sido posibles calcular $E\left(\frac{1}{X}\right)$?
6. En un concurso de televisión se formulan dos preguntas: la pregunta A (fácil) y la pregunta B (difícil). El premio por acertar la pregunta A es de 30 €, y el premio por acertar la pregunta B es de 280 €. El concurso funciona del siguiente modo: el concursante comienza respondiendo a la pregunta A; si el concursante falla queda eliminado y no se lleva nada; si el concursante acierta, entonces se le formula la pregunta B y, si vuelve a acertar, se lleva únicamente el premio correspondiente a la primera pregunta. María irá a concursar la semana que viene. Por programas pasados se sabe que la probabilidad de que María responda correctamente a la pregunta A es 0.7 y la de que responda correctamente a la pregunta B es 0.2. Se sabe además que los sucesos “María responde correctamente a la pregunta A” y “María responde correctamente a la pregunta B” son independientes.
- a. Calcula cuál es la esperanza de la cantidad que María ganará en el concurso.
- b. Supongamos que el presentador le ofrece a María la posibilidad de cambiar el orden en que se formulan las preguntas.
- b1.** Comprueba que la esperanza de la cantidad que María ganará en el concurso si comienza respondiendo a la pregunta B coincide con la esperanza de la cantidad que María ganará si comienza respondiendo a la pregunta A.
- b2.** María decide responder primero a la pregunta que proporcione una menor varianza para la v.a. “cantidad que María ganará en el concurso”. ¿A qué pregunta responderá primero María?
7. Los 75 estudiantes que participan en un viaje de estudios se reparten entre tres autobuses. Los autobuses llevan 21, 24 y 30 estudiantes.
- a. Seleccionamos al azar a uno de los 75 estudiantes y llamamos X al número de estudiantes que lleva el autobús en el que viaja el estudiante seleccionado.

- a1. ¿Cuál es la media de X ?
- a2. ¿Cuál es la varianza de X ?
- a3. ¿Cuál es la varianza de $3X + 2$?
- a4. ¿Cuál es la desviación típica de $\frac{5-2X}{3}$?

b. Seleccionamos al azar uno de los tres autobuses y llamamos Y al número de estudiantes que lleva ese autobús. ¿Tiene Y más variabilidad que X ?

8. José está buscando empleo y recibe dos ofertas para trabajar como agente inmobiliario, una de la agencia “Pisos de Lujo” y otra de la agencia “Pisos Baratos”. La agencia “Pisos de Lujo” le ofrece un salario mensual fijo de 530 € más una comisión de 500 € por cada piso que venda durante el mes. Se sabe que el número de pisos que vende en un mes un empleado de la agencia “Pisos de Lujo” es una v.a. discreta X con la siguiente función de probabilidad:

x	0	1	2	3
$fX(x)$	0.70	0.15	0.10	0.05

La agencia “Pisos Baratos” le ofrece un salario mensual de 600 € por cada piso que venda (en este caso, no hay ningún salario fijo). Se sabe que el número de pisos que vende en un mes un empleado de la agencia “Pisos Baratos” es una v.a. discreta Y con la siguiente función de probabilidad:

y	0	1	2	3
$fY(y)$	0.15	0.50	0.25	0.10

- a. José afirma que el salario medio que obtendrá si acepta la oferta de la agencia “Pisos de Lujo” es el mismo que obtendrá si acepta la oferta de la agencia “Pisos Baratos”. ¿Es cierta esta afirmación?
- b. José afirma que ha decidido aceptar la oferta de la agencia “Pisos de Lujo” porque el salario que ésta ofrece tiene menos varianza que el ofrecido por la agencia “Pisos Baratos”. ¿Es cierta esta afirmación?

9. Un agente invierte en 8 acciones diferentes. La probabilidad de que cada una de estas acciones dé rentabilidad superior al 1% en el próximo año es 0.45, siendo la rentabilidad de cada acción independiente de la rentabilidad de las demás.

- a. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 3 de las 8 acciones proporcionen rentabilidad superior al 1%?
- b. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una de las 8 acciones proporcione rentabilidad superior al 1%?
- c. Si sabemos que al menos una de las 8 acciones va a proporcionar rentabilidad superior al 1%, ¿cuál es la probabilidad de que el número total de acciones que den rentabilidad superior al 1% sea mayor que 6?
- d. ¿Cuál es la esperanza del número de acciones que tendrán rentabilidad superior al 1%; ¿cuál es su varianza?
- e. El agente recibe una prima que depende del número de acciones que tengan rentabilidad superior al 1%: si son 7 o más recibirá una prima de 100 €; en cualquier otro caso, la prima es 0. ¿Cuál es la prima esperada que recibirá el agente?

10. Un examen consta de diez preguntas de tipo verdadero/falso.

- a. Jaime no ha estudiado nada, pero decide presentarse al examen y responder a todas las preguntas al azar.
 - a1. ¿Cuál es la probabilidad de que Jaime responda correctamente a 3 o más de las preguntas del examen?
 - a2. ¿Cuáles son la esperanza y la desviación típica de la v.a. “número de preguntas que Jaime responderá correctamente”?
- b. Pablo sí se ha estudiado el examen pero, tras leer las preguntas, se ha dado cuenta de que sabe la respuesta a las siete primeras preguntas, pero no tiene ni idea de la respuesta de las tres últimas preguntas. El profesor le ha indicado a Pablo que en cada pregunta puede responder o no responder, pero que la puntuación final del examen será la diferencia entre el número de respuestas correctas y el número de respuestas erróneas. Pablo decide responder al azar las tres últimas preguntas (las siete primeras preguntas las responde correctamente).
 - b1. Calcula la esperanza de la puntuación final que obtendrá Pablo.
 - b2. Si Pablo hubiera decidido responder al azar las dos últimas preguntas y no responder la octava pregunta, ¿habría sido mayor la esperanza de su puntuación final? Justifica tu respuesta.

11. Una compañía de transportes trabaja con microbuses que tienen capacidad para ocho pasajeros. La compañía sabe que la probabilidad de que un pasajero con billete no se presente en el momento de realizar el viaje es 0.2, por lo que está estudiando la posibilidad de poner a la venta más de 8 billetes para cada viaje.

- a. Si se venden 9 billetes, ¿cuál es la probabilidad de que se presenten 9 pasajeros con billete en el momento de realizar el viaje?
- b. Si se venden 10 billetes, ¿cuál es la probabilidad de que se presenten 9 pasajeros con billete en el momento de realizar el viaje?; ¿cuál es la probabilidad de que se presenten 10?
- c. La compañía decide poner a la venta 10 billetes para cada viaje. Si se sabe que la probabilidad de que se vendan menos de 9 billetes es 0.85, la probabilidad de que se vendan 9 billetes es 0.10 y la probabilidad de que se vendan 10 billetes es 0.05, ¿cuál es la probabilidad de que en el momento de realizar el viaje haya “overbooking”, es decir, de que se presenten más de ocho pasajeros con billete?

12. Una compañía hace presentaciones de su producto. A cada presentación acude un clientes, y sabemos que la probabilidad de que el cliente compre el producto al terminar la presentación es 0.15. Cuando se hacen varias presentaciones, supondremos independencia entre los resultados de todas ellas.

- a. Mañana la compañía hará presentaciones de su producto a 20 clientes. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente tres de estos clientes compren el producto?
- b. En el mes de junio la compañía hará presentaciones de su producto a 180 clientes. ¿Cuál es la probabilidad de que 30 clientes o más compren el producto?
- c. La compañía todavía no ha decidido a cuántos clientes hará presentaciones de su producto en el mes de julio. La compañía quiere que la probabilidad de que al menos un cliente compre el producto en julio sea superior a 0.98. Calcula el número mínimo de clientes a que debe hacer presentaciones la compañía en julio para estar seguros de que esta condición se cumple.

13. Una compañía de alquiler de automóviles sabe que la probabilidad de que uno de sus coches necesite reparación en un mes es 0.2. Se sabe que la compañía

tiene 900 coches. **(Para resolver este ejercicio utiliza EXCEL, o bien algunos de los resultados obtenidos con EXCEL que se dan al final de la hoja de problemas).**

- a. Calcula la probabilidad de que el número de coches que necesiten reparación este mes sea inferior a 186.
- b. Calcula la probabilidad de que el número de coches que necesiten reparación este mes sea igual o superior a 220.
- c. ¿Cuáles son la media y la varianza de la v.a. “número de coches que necesitan reparación en un mes”?
- d. Cada mes la compañía debe pagar al servicio de reparación de coches una cantidad fija de 100 € más 30 € por cada coche que necesite reparación ese mes. ¿Cuáles son la media y la varianza de la cantidad que debe pagar la compañía al servicio de reparación de coches en un mes?



aCCadem
Universidad

Probabilidades obtenidas con Excel (PROBLEMA 13)

x	DISTR.BINOM.N(x;900;0,2;0)	DISTR.BINOM.N(x;900;0,2;1)
180	0,0332	0,5199
181	0,0330	0,5530
182	0,0326	0,5856
183	0,0320	0,6176
184	0,0312	0,6488
185	0,0302	0,6790
186	0,0290	0,7080
187	0,0277	0,7357
188	0,0262	0,7619
189	0,0247	0,7866
190	0,0231	0,8098
191	0,0215	0,8312
192	0,0198	0,8511
193	0,0182	0,8693
194	0,0166	0,8859
195	0,0150	0,9009
196	0,0135	0,9143
197	0,0121	0,9264
198	0,0107	0,9371
199	0,0094	0,9465
200	0,0083	0,9548
201	0,0072	0,9620
202	0,0062	0,9682
203	0,0054	0,9736
204	0,0046	0,9782
205	0,0039	0,9820
206	0,0033	0,9853
207	0,0027	0,9881
208	0,0023	0,9903
209	0,0019	0,9922
210	0,0016	0,9938
211	0,0013	0,9951
212	0,0010	0,9961
213	0,0008	0,9969
214	0,0007	0,9976
215	0,0005	0,9981
216	0,0004	0,9986
217	0,0003	0,9989
218	0,0003	0,9992
219	0,0002	0,9994
220	0,0002	0,9995
221	0,0001	0,9996
222	0,0001	0,9997
223	0,0001	0,9998
224	0,0001	0,9998
225	0,0000	0,9999
226	0,0000	0,9999
227	0,0000	0,9999
228	0,0000	1,0000
229	0,0000	1,0000
230	0,0000	1,0000

accadem
Universidad

Universidad