SOLUCIONES PROBLEMAS TEMA 2 – ESTADÍSTICA E INTRO. ECONOMETRÍA

EJERCICIO 1 → EXCEL

EJERCICIO 2

iid

$E(X_1) = E(X_2) = E(X_3) = \mu$

$Var(X_1) = Var(X_2) = Var(X_3) = \sigma^2$

m.a.s. $n = 3$: X_1, X_2, X_3 de la v.a. X con $\mu = E(X)$ y $\sigma^2 = Var(X)$.

Tres estimadores para μ :

$$\hat{\mu}_1 = \frac{2X_1 + 4X_2 - X_3}{5}$$

$$\hat{\mu}_2 = 0'7X_1 + 0'1X_2 + 0'2X_3$$

$$\hat{\mu}_3 = \frac{1}{5}\hat{\mu}_1 + \frac{4}{5}\hat{\mu}_2$$

a) Estimadores insesgados :

• $\hat{\mu}_1$ estimador insesgado de μ si $E(\hat{\mu}_1) = \mu$

$$E(\hat{\mu}_1) = E\left(\frac{2X_1 + 4X_2 - X_3}{5}\right) =$$

$\boxed{=}$ Linealidad esperanza

$$\frac{1}{5}\left(2E(X_1) + 4E(X_2) - E(X_3)\right) =$$

(con $E(X_1) = \mu$, $E(X_2) = \mu$, $E(X_3) = \mu$)

$$= \frac{1}{\cancel{5}} \cdot \cancel{5}\mu = \mu \rightarrow \hat{\mu}_1 \text{ estimador insesgado de } \mu$$

- $\hat{\mu}_2$ estimador de insesgado de μ si $E(\hat{\mu}_2)=\mu$

$E(\hat{\mu}_2) = E(0'7x_1 + 0'1x_2 + 0'2x_3) =$

$\boxed{=}$ $0'7\,E(\underbrace{x_1}_{\mu}) + 0'1\,E(\underbrace{x_2}_{\mu}) + 0'2\,E(\underbrace{x_3}_{\mu}) =$

Linealidad de la esperanza

$= 0'7\mu + 0'1\mu + 0'2\mu = \mu$

$\rightarrow$ $\hat{\mu}_2$ estimador insesgado de μ.

- $\hat{\mu}_3$ estimador insesgado de μ si $E(\hat{\mu}_3)=\mu$

$E(\hat{\mu}_3) = E\left(\frac{1}{5}\hat{\mu}_1 + \frac{4}{5}\hat{\mu}_2\right)$ $\boxed{=}$ Linealidad de la esperanza

$= \frac{1}{5}E(\hat{\mu}_1) + \frac{4}{5}E(\hat{\mu}_2) = \frac{1}{5}\mu + \frac{4}{5}\mu =$

μ por lo anterior

μ por lo anterior

$= \mu$ $\rightarrow$ $\hat{\mu}_3$ estimador insesgado de μ

b) ¿Más eficiente? ¿ER?

$\hookrightarrow$ El estimador insesgado de menor varianza

- $Var(\hat{\mu}_1) = Var\left(\frac{2X_1 + 4X_2 - X_3}{5}\right) =$

$\boxed{=}$ $\left(\frac{1}{5}\right)^2 \left[2^2 \cdot \underbrace{Var(X_1)}_{\sigma^2} + 4^2 \cdot \underbrace{Var(X_2)}_{\sigma^2} + (-1)^2 \underbrace{Var(X_3)}_{\sigma^2}\right] =$

indpts. $\rightarrow$ Cov = 0

$= \frac{1}{25} \cdot 21\sigma^2 = \frac{21}{25}\sigma^2 = 0'84\,\sigma^2$

• $Var(\hat{\mu}_2) = Var(0'7X_1 + 0'1X_2 + 0'2X_3) =$

$\boxed{=}\ 0'7^2 \cdot \overset{\sigma^2}{Var(X_1)} + 0'1^2 \cdot \overset{\sigma^2}{Var(X_2)} + 0'2^2\, \overset{\sigma^2}{Var(X_3)} =$

indpts. $\rightarrow$ Cov $= 0$

$= 0'54\,\sigma^2$

• $Var(\hat{\mu}_3) = Var\left(\frac{1}{5}\hat{\mu}_1 + \frac{4}{5}\hat{\mu}_2\right) =$

$= \left(\frac{1}{5}\right)^2 Var(\mu_1) + \left(\frac{4}{5}\right)^2 Var(\hat{\mu}_2) + 2 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5}\, \boxed{Cov(\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2)}$

¿?

no la conocemos

pq $\hat{\mu}_1$ y $\hat{\mu}_2$

no indepts.

$\Rightarrow$ 1º) Expresamos $\hat{\mu}_3$ en función de X_1, X_2, X_3:

$$\hat{\mu}_3 = \frac{1}{5}\hat{\mu}_1 + \frac{4}{5}\hat{\mu}_2 = \frac{1}{5}\left(\frac{2X_1 + 4X_2 - X_3}{5}\right) +$$

$$+ \frac{4}{5}\left(0'7X_1 + 0'1X_2 + 0'2X_3\right) =$$

$$= 0'64X_1 + 0'24X_2 + 0'12X_3$$

2º) $Var(\hat{\mu}_3) = Var(0'64X_1 + 0'24X_2 + 0'12X_3) =$

$\boxed{=}\ 0'64^2 \cdot \overset{\sigma^2}{Var(X_1)} + 0'24^2\, \overset{\sigma^2}{Var(X_2)} + 0'12^2\, \overset{\sigma^2}{Var(X_3)} =$

indpts. $\rightarrow$ Cov $= 0$

$= 0'4816\,\sigma^2$

$\rightarrow Var(\hat{\mu}_3) < Var(\hat{\mu}_2) < Var(\hat{\mu}_1)$:

$\hat{\mu}_3$ es el estimador insesgado más eficiente de los tres.

- Eficiencia relativa :

$$ER(\hat{\mu}_3, \hat{\mu}_1) = \frac{Var(\hat{\mu}_1)}{Var(\hat{\mu}_3)} = \frac{0'84\,\cancel{\sigma^2}}{0'4816\,\cancel{\sigma^2}} = 1'7442$$

$$ER(\hat{\mu}_3, \hat{\mu}_2) = \frac{Var(\hat{\mu}_2)}{Var(\hat{\mu}_3)} = \frac{0'54\,\sigma^2}{0'4816\,\sigma^2} = 1'1213$$

C/ Francia, 1 - 03690 S. Vicente del Raspeig · +34 965 063 320 · www.accademuniversidad.es · info@accademuniversidad.es · WhatsApp 692 349 023