

INTRODUCCIÓN A LA ESTADÍSTICA – PROBLEMAS – TEMA 3

1. Se va a instalar una nueva máquina. Llamaremos A al suceso “la nueva máquina tardará 4 meses o más en sufrir una avería”, B al suceso “la nueva máquina sufrirá una avería en menos de 6 meses” y C al suceso “el tiempo (en meses) que tardará la nueva máquina en sufrir una avería está en el intervalo $[5, 8]$ ”.

- a. ¿Cuál es el suceso complementario de A ?
- b. ¿Cuál es el suceso intersección de A y B ?
- c. ¿Cuál es el suceso unión de A y B ?
- d. ¿Son A y B colectivamente exhaustivos? ¿Son A y B mutuamente excluyentes?
- e. Determina el suceso $\overline{B} \cap C$.
- f. Determina el suceso $(A \cap B) \cup C$.
- g. ¿Son A , B y C mutuamente excluyentes?

2. Un director de tesorería está estudiando si conviene invertir en el capital de una empresa de asistencia sanitaria. La valoración de probabilidades del director sobre la tasa de rentabilidad (porcentual) de esta inversión durante el próximo año es la siguiente: con probabilidad 0.05 la rentabilidad será igual o inferior a -10; con probabilidad 0.15 la rentabilidad estará en el intervalo $(-10, 0]$; con probabilidad 0.30 la rentabilidad estará en el intervalo $(0, 10]$; con probabilidad 0.35 la rentabilidad estará en el intervalo $(10, 20]$. Llamaremos A al suceso “la rentabilidad será igual o inferior a 10” y B al suceso “la rentabilidad será positiva”.

- a. Calcula la probabilidad de que la rentabilidad sea superior al 20%.
- b. Calcula la probabilidad del suceso A .
- c. Calcula la probabilidad del suceso B .
- d. Describe el complementario del suceso A y calcula su probabilidad.
- e. Describe el complementario del suceso B y calcula su probabilidad.
- f. Describe el complementario del suceso $A \cap B$ y calcula su probabilidad.
- g. Describe el complementario del suceso $A \cup B$ y calcula su probabilidad.
- h. ¿Son los sucesos A y B mutuamente excluyentes? ¿Son los sucesos A y B colectivamente exhaustivos?

3. En unos grandes almacenes trabajan 25 empleados. La dirección de recursos humanos ha indicado que 20 de estos empleados hablan inglés. Seleccionamos al azar cinco empleados de estos grandes almacenes.
 - a. ¿Cuál es la probabilidad de que los cinco empleados seleccionados hablen inglés?
 - b. ¿Cuál es la probabilidad de que dos de los cinco empleados seleccionados hablen inglés y los otros tres no lo hablen?
 - c. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente cuatro de los cinco empleados seleccionados hablen inglés?
 - d. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos cuatro de los cinco empleados seleccionados hablen inglés?

4. El comité de dirección autonómico de un partido político lo forman 20 afiliados de Alicante, 25 de Valencia y 15 de Castellón. De cara a las próximas primarias del partido hay que seleccionar al presidente, el vicepresidente y al secretario del comité electoral. La selección se hará al azar entre los 60 afiliados que forman el comité de dirección autonómico.
 - a. Calcula la probabilidad del suceso “el presidente y el vicepresidente son de Alicante y el secretario es de Castellón”, e indica si esta probabilidad es superior al 1%.
 - b. Llamemos A al suceso “el presidente y el vicepresidente son de Alicante y el secretario no es de Alicante” y B al suceso “el presidente y el vicepresidente son de Alicante y el secretario no es de Castellón”. Calcula $P(A \cap B)$.

5. Una compañía mutualista tiene 15 fondos de inversión en el mercado europeo y 25 en el mercado americano. Un cliente decide invertir en 3 fondos europeos de esta compañía, seleccionamos aleatoriamente entre los 15 disponibles, y en 4 fondos americanos de esta compañía, seleccionados aleatoriamente entre los 25 disponibles. Sin saberlo el cliente, 6 de los 15 fondos europeos y 12 de los 25 fondos americanos tendrán rendimientos extraordinariamente altos el año próximo. Calcula la probabilidad de que al menos uno de los fondos en que ha invertido este cliente tenga rendimientos extraordinariamente altos el año próximo.

6. El temario del primer ejercicio de una oposición consta de 20 temas. En el examen de este primer ejercicio, se seleccionan por sorteo dos temas del temario; el opositor solo debe responder a uno de ellos, y puede elegir a cuál responde.
- Si un opositor se sabe 4 temas del temario, ¿cuál es la probabilidad de que suspenda el primer ejercicio de la oposición?
 - ¿Cuál es el número mínimo de temas que tendría que estudiarse el opositor para que la probabilidad de que apruebe el primer ejercicio de la oposición sea superior al 50%?
7. En un edificio viven 45 personas: 30 adultos y 15 menores. Para hacer un estudio demográfico, un investigador forma un primer grupo seleccionando al azar a 3 personas que viven en ese edificio y, a continuación, forma un segundo grupo seleccionando al azar otras 3 personas entre las 42 restantes que viven en ese edificio.
- ¿Cuál es la probabilidad de que en el primer grupo haya al menos un menor?
 - Utilizando la regla del producto, calcula la probabilidad de que tanto el primer grupo como el segundo grupo estén formados por dos adultos y un menor.
8. En una población, se sabe que el 70% de los hogares son unipersonales. Se sabe también que el 40% de hogares de esta población están suscritos a Netflix. Por último, se sabe que el 15% de los hogares son unipersonales y están suscritos a Netflix.
- ¿Cuál es la probabilidad de que un hogar sea unipersonal o esté suscrito a Netflix?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que sea unipersonal y **no** esté suscrito a Netflix?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que sea unipersonal un hogar que sabemos que está suscrito a Netflix?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que **no** esté suscrito a Netflix un hogar que sabemos que está formado **por más de una persona**?
 - Sea A el suceso “un hogar es unipersonal” y B el suceso “un hogar está suscrito a Netflix”.

e1. ¿Son A y B sucesos mutuamente excluyentes o no lo son? Indica qué significa la respuesta en este casos.

e2. ¿Son A y B sucesos independientes o no lo son? Indica qué significa la respuesta en este caso.

9. Un agente comercial entrevista a clientes para convencerles de que hagan un pedido a su empresa. Se sabe que la probabilidad de que un cliente haga un pedido tras la entrevista es 0.15. Mañana el agente entrevistará a cuatro clientes. Supondremos que estas cuatro entrevistas son independientes. Llamaremos A al suceso “alguno de estos cuatro clientes hace un pedido tras la entrevista”.

a. A continuación se indica cómo ha calculado un estudiante la probabilidad de A. Indica si cada una de las tres frases del razonamiento del estudiante son correctas o incorrectas. Justifica tus respuestas.

(i) Llamemos A_1 al suceso “el primer cliente hace un pedido”, A_2 al suceso “el segundo cliente hace un pedido”, A_3 al suceso “el tercer cliente hace un pedido” y A_4 al suceso “el cuarto cliente hace un pedido”; entonces $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$.

(ii) Como A_1 , A_2 , A_3 y A_4 son sucesos independientes, la probabilidad de su unión es igual a la suma de sus probabilidades; por tanto $P(A) = P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + P(A_4)$.

(iii) Teniendo en cuenta el enunciado del problema, $P(A_1) = 0.15$, $P(A_2) = 0.15$, $P(A_3) = 0.15$ y $P(A_4) = 0.15$; por tanto, $P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + P(A_4) = 0.15 + 0.15 + 0.15 + 0.15 = 0.60$.

b. Determina el complementario de A, calcula su probabilidad, y deduce cuál es la probabilidad de A.

10. Una fábrica cuenta con tres empresas proveedoras de uno de los suministros requeridos en el proceso de fabricación. El servicio técnico de calidad ha revisado los suministros enviados por estas tres empresa proveedoras y los ha clasificado en 2 grupos: “aceptables” y “defectuosos”. Este servicio técnico nos ha facilitado la siguiente tabla, que muestra la probabilidad de que un suministro seleccionado al azar esté en cada uno de los 6 grupos posibles considerados (teniendo en cuenta el proveedor y la calidad):

CALIDAD DEL SUMINISTRO		
	Aceptable	Defectuoso
Proveedor 1	0.30	0.05
Proveedor 2	0.27	0.02
Proveedor 3	0.33	0.03

- a. ¿Cuál es la probabilidad de que un suministro sea defectuoso?
- b. Si se sabe que un suministro es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido enviado por el proveedor 1?
- c. Si se sabe que un suministro NO ha sido enviado por el proveedor 1, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?
- d. ¿Son independientes los sucesos $A = \text{"el suministro es defectuoso"}$ y $B = \text{"el suministro ha sido enviado por el proveedor 1 o por el proveedor 2"}$?

11. En una agencia de viajes, se sabe que el 60% de sus clientes realiza un viaje al año, el 30% realiza dos viajes al año, y el 10% restante realiza tres viajes o más al año. Se sabe también que un 40 % de clientes tiene hijos y realiza un viaje al año, que un 15% tiene hijos y realiza dos viajes al año, y que un 1% tiene hijos y realiza tres viajes o más al año. Se selecciona al azar un cliente de esta agencia de viajes.

- a. Sea A el suceso "el cliente seleccionado no tiene hijos" y B el suceso "cliente seleccionado realiza menos de tres viajes al año".

a1. Calcula la probabilidad de $A \cap B$.

a2. Calcula la probabilidad de $A \cup B$.

A3. ¿Son A y B independientes? Indica qué significa la respuesta en este caso.

- b. Si sabemos que el cliente seleccionado realiza dos o más viajes al año, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga hijos?

12. Una entidad bancaria tiene cuatro sucursales, que llamaremos A , B , C y D . Se sabe que el 50% de empleados de la entidad trabajan en la sucursal A , el 10% trabajan en la sucursal B , el 35% trabajan en la sucursal C y el resto trabajan en la sucursal D ; ningún empleado trabaja en dos sucursales a la vez. Se sabe además que el 40% de los trabajadores de la sucursal A saben inglés, que el

30% de los trabajadores de la sucursal B saben inglés, que ningún trabajador de la sucursal C saben inglés y que todos los trabajadores de la sucursal D saben inglés. Seleccionamos al azar un empleado de esta entidad bancaria.

- a. ¿Cuál es la probabilidad de que el empleado seleccionado hable inglés y trabaje en la sucursal A?
- b. ¿Cuál es la probabilidad de que el empleado seleccionado hable inglés o trabaje en la sucursal A?
- c. Si sabemos que el empleado seleccionado habla inglés, ¿cuál es la probabilidad de que trabaje en la sucursal A o en la sucursal B?
- d. Llamemos E al suceso “el empleado seleccionado trabaja en la sucursal A y habla inglés” y F al suceso “el empleado seleccionado trabaja en la sucursal B y habla inglés”.

d1. ¿Son E y F sucesos mutuamente excluyentes?

d2. ¿Son E y F sucesos independientes?

- e. Llamemos G al suceso “el empleado seleccionado trabaja en la sucursal A o en la sucursal D” y H al suceso “el empleado seleccionado habla inglés”.

e1. ¿Son G y H sucesos mutuamente excluyentes?

e2. ¿Son G y H sucesos independientes?

13. Un país está dividido en tres regiones, que llamaremos R_1 , R_2 y R_3 . La población activa de la región R_1 la forman 4 millones de personas, la de la región R_2 la forman 6 millones de personas y la de la región R_3 la forman 10 millones de personas. En la región R_1 el 8% de la población activa está en paro, en la región R_2 el 10% de la población activa está en paro y en la región R_3 el 15% de la población activa está en paro. Seleccionamos al azar una persona que forma parte de la población activa de este país.

- a. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona seleccionada esté en paro?
- b. Si sabemos que la persona seleccionada está en paro, ¿cuál es la probabilidad de que resida en la región R_3 ?
- c. El norte del país lo forman las regiones R_1 , R_2 . Si sabemos que la persona seleccionada no está en paro, ¿cuál es la probabilidad de que resida en el norte del país?

14. Se sabe que el 10% de los clientes que entran en un concesionario de coches acaban comprando un coche de ese concesionario. Este concesionario ofrece a cada cliente que entra la posibilidad de probar el coche en carretera durante la primera visita. Se ha comprobado que el 50% de los clientes aceptan probar el coche en la primera visita. También se ha comprobado que, de entre todos los clientes que acabaron comprando un coche del concesionario, un 80% habían aceptado probar el coche en la primera visita. Hoy ha entrado un nuevo cliente en el concesionario, y ha aceptado probar el coche en la primera visita; ¿cuál es la probabilidad de que acabe comprando un coche de este concesionario?

15. El 20% de los clientes de un banco son morosos. Se sabe que, entre todos los clientes morosos de este banco, el 70% están en la lista nacional de clientes con mala reputación financiera. Se sabe también que, entre todos los clientes de este banco, el 25% están en la lista nacional de clientes con mala reputación financiera. Seleccionamos al azar un cliente de este banco.

- a. Si sabemos que el cliente seleccionado está en la lista nacional de clientes con mala reputación financiera, ¿cuál es la probabilidad de que este cliente sea moroso?
- b. ¿Son independientes los sucesos “el cliente seleccionado es moroso” y “el cliente seleccionado está en la lista nacional de clientes con mala reputación financiera”? Indica qué significa en este caso el resultado obtenido.

16. El 5% de las ruedas producidas por una fábrica son defectuosas. La fábrica compra una máquina que inspecciona las ruedas y las clasifica como defectuosas o no defectuosas. La probabilidad de que la máquina no clasifique correctamente una rueda defectuosa es 0.04, y la probabilidad de que clasifique como defectuosa una rueda sin defectos es 0.02.

- a. Una rueda es inspeccionada por la máquina y es clasificada como no defectuosa; ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuosa?
- b. Esta semana 10.000 ruedas han sido clasificadas como no defectuosas por la máquina. Teniendo en cuenta el resultado obtenido en el apartado anterior, ¿aproximadamente cuántas de estas 10.000 ruedas son defectuosas?

17. El director de un instituto sabe, por experiencias pasadas que cuando se hace un examen de Matemáticas, el 5% de los estudiantes merecen una nota de Sobresaliente, el 10% merecen una nota de Notable, el 15% merecen una nota de Bien, el 20% merecen una nota de Suficiente y el 50% restante merecen una nota de Suspenso. El director también sabe que entre los profesores de su instituto hay un 80% de profesores honrados, que siempre corrigen correctamente sus exámenes y dan a cada estudiante la nota que merecen, pero hay un 20% de profesores no honrados, que siempre corrigen sus exámenes del modo siguiente: lanzan una moneda al aire, y si sale cara califican el examen con Bien, y si sale cruz califican el examen con Suficiente. Para estudiar si un determinado profesor es honrado o no honrado, el director le encarga que califique el examen de un estudiante escogido al azar; no sabemos cuál es la nota que merece este examen. Si el profesor califica el examen con Suficiente, ¿cuál es la probabilidad de que este profesor sea no honrado?

accadem
Universidad