

Problemas TEMA 3

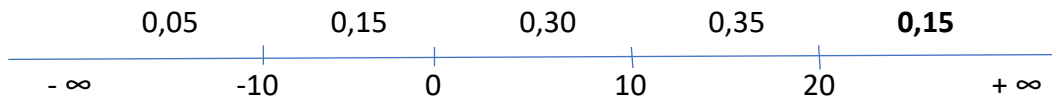
PROBLEMA 1

- a) **Suceso complementario de A** $\rightarrow$ El complementario de A es que la máquina tardará menos de 4 meses en estar operativa, es decir, $\bar{A}$ es el suceso “el tiempo (en meses) que tardará en estar operativa y está dentro del intervalo $[0, 4]$ ”.
- b) **Suceso intersección de A y B** $\rightarrow$ El suceso A indica que el tiempo (en meses) que tardará la máquina en estar operativa está dentro del intervalo $[4, +\infty)$; el suceso B indica que el tiempo (en meses) que tardará la máquina en estar operativa está dentro del intervalo $[0, 6]$. Por tanto, $A \cap B$ es el suceso “el tiempo (en meses) que tardará la máquina en estar operativa y está dentro del intervalo $[4, 6]$ ”.
- c) **Suceso unión de A y B** $\rightarrow$ Como la unión de $[4, +\infty)$ y $[0, 6]$ es $[0, +\infty)$, $A \cup B$ es el suceso “el tiempo (en meses) que tardará la máquina en estar operativa y está dentro del intervalo $[0, +\infty)$ ”, que en este caso es todo el espacio muestral, es decir, $A \cup B = \Omega$.
- d) **Sucesos A y B colectivamente exhaustivos** $\rightarrow$ Sí son colectivamente exhaustivos porque su unión es todo el espacio muestral. Pero **no son mutuamente excluyentes** porque su intersección, como hemos visto en el apartado b), no es el vacío.
- e) **Determinar el suceso $\bar{B} \cap C$** $\rightarrow$ El suceso $\bar{B}$ es el suceso “el tiempo (en meses) que tardará la máquina en estar operativa y está dentro del intervalo $[6, +\infty)$ ”. El suceso $\bar{C}$ es el suceso “el tiempo (en meses) que tardará la máquina en estar operativa y está dentro del intervalo $[5, 8]$ ”. Por tanto, la intersección entre $\bar{B}$ y $\bar{C}$ es el suceso “el tiempo (en meses) que tardará la máquina en estar operativa está dentro del intervalo $[6, 8]$ ”.
- f) **Determinar el suceso $(A \cap B) \cup C$** $\rightarrow$ El suceso $A \cap B$ es el suceso “el tiempo (en meses) que tardará la máquina en estar operativa y está dentro del intervalo $[4, 6]$ ”. El suceso $\bar{C}$ es el suceso “el tiempo (en meses) que tardará la máquina en estar operativa y está dentro del intervalo $[5, 8]$ ”. Por tanto, la unión entre $A \cap B$ y C es el suceso “el tiempo (en meses) que tardará la máquina en estar operativa está dentro del intervalo $[4, 8]$ ”.
- g) **Determinar si $\bar{A}$, $\bar{B}$ y C son colectivamente exhaustivos o mutuamente excluyentes** $\rightarrow$ La unión de los sucesos $\bar{A}$, $\bar{B}$ y C es $[0, 4) \cup [5, +\infty)$. Por tanto, los tres sucesos **NO son colectivamente exhaustivos**.
Por otra parte, la intersección entre $\bar{A}$ y $\bar{B}$ es $\emptyset$; la intersección entre $\bar{A}$ y C también es $\emptyset$; pero la intersección entre $\bar{B}$ y C es el suceso “el tiempo (en meses) que tardará la máquina en estar operativa y está dentro del intervalo $[6, 8]$ ”, que no es $\emptyset$, luego, $\bar{A}$, $\bar{B}$ y C **NO constituyen una familia de sucesos mutuamente excluyentes**.

PROBLEMA 2

Llamando R a la rentabilidad porcentual, tenemos información sobre los siguientes sucesos:

PROBABILIDAD	0,05	0,15	0,30	0,35
RENTABILIDAD	≤ -10	$(-10, 0]$	$(0, 10]$	$(10, 20]$



a) Por el tercer postulado de la probabilidad, podemos asegurar que:

$$P(R \in \mathbb{R}) = P(R \in (-\infty, -10]) + P(R \in (-10, 0]) + P(R \in (0, 10]) + P(R \in (10, 20]) + P(R \in (20, +\infty))$$

La probabilidad del espacio muestral, que en este caso es toda la recta real, ha de ser 1. Por tanto, la igualdad anterior implica que:

$$1 = 0,05 + 0,15 + 0,30 + 0,35 + P(R \in (20, +\infty))$$

$$P(R \in (20, +\infty)) = 1 - (0,05 + 0,15 + 0,30 + 0,35) = \mathbf{0,15}$$

b) Calcula la probabilidad del suceso A: $P(R \leq 10) = 0,05 + 0,15 + 0,30 = \mathbf{0,5}$

c) Calcula la probabilidad del suceso B: $P(R > 0) = 0,30 + 0,35 + 0,15 = \mathbf{0,8}$

d) Describe el complementario del suceso A y calcula su probabilidad:

$$\bar{A} = \{R > 10\}; P(\bar{A}) = 0,35 + 0,15 = \mathbf{0,50}$$

e) Describe el complementario del suceso B y calcula su probabilidad:

$$\bar{B} = \{R \leq 0\}; P(\bar{B}) = 0,05 + 0,15 = \mathbf{0,20}$$

f) Describe el suceso $A \cap B$ y calcula su probabilidad:

$$A \cap B = \{R \in (0, 10]\}; P(A \cap B) = \mathbf{0,30}$$

g) Describe el suceso $A \cup B$ y calcula su probabilidad:

$$A \cup B = \{R \in \mathbb{R}\}; P(A \cup B) = \mathbf{1}$$

h) Describe si los sucesos A y B son mutuamente excluyentes o colectivamente exhaustivos:
A y B **no son mutuamente excluyentes** porque su intersección no es el conjunto vacío;
pero **sí son colectivamente exhaustivos** porque su unión es todo el espacio muestral