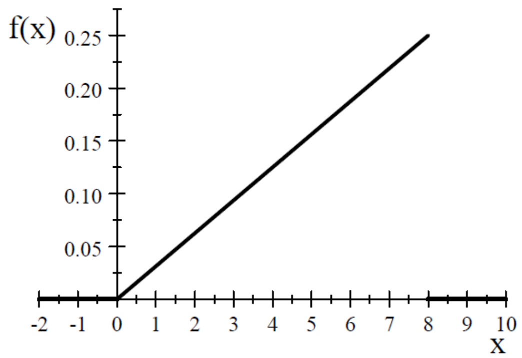
Problemas TEMA 5

PROBLEMA 1

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{32} & \text{si } x \in [0,\ 8] \\ 0 & \text{si } x \notin [0,\ 8] \end{cases}$$

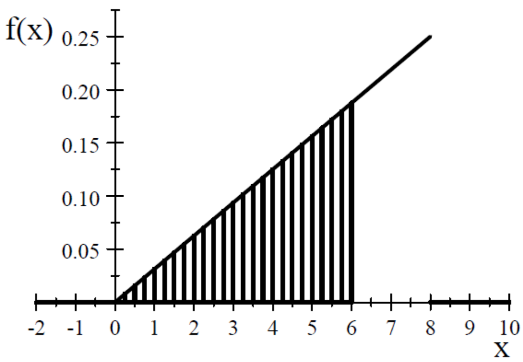
a) ***Representa la función de densidad***

Puesto que f (0) = 0 y f (8) = $\frac{8}{32} = \frac{1}{4}$, en el intervalo [0, 8] la función de densidad es una recta que pasa por los puntos (0, 0) y (8, $\frac{1}{4}$). Por tanto, su representación gráfica es:



b) ***Indica sobre el gráfico del apartado anterior a qué corresponde la probabilidad de que un empleado trabaje menos de 6 horas y calcula esta probabilidad.***

Este valor se corresponde con el área que queda entre la función de densidad y el eje horizontal en el intervalo (0, 6), es decir, el área de la zona rayada en el gráfico siguiente:



En el gráfico se ve que este valor es el área de un triángulo de base 6 y altura f (6) = $\frac{6}{32}$. Por tanto, llamando X a la v.a. "tiempo que trabaja el empleado", se tiene que:

$$P\,(X < 6) = \frac{base\ x\ h}{2} = \frac{6\ x\ \frac{6}{32}}{2} = \frac{36}{64} = \mathbf{0{,}5625}$$

c) ***Calcula la probabilidad de que un empleado trabaje exactamente 6 horas.***

Utilizando la función de densidad se obtiene que: **P (X = 6)** = $\int_6^6 \frac{1}{32}$ xdx = **0**

d) ***Si sabemos que un empleado ha trabajado más de 6 horas, ¿cuál es la probabilidad de que haya trabajado menos de 7 horas y media?***

Llamando A al suceso "el empleado trabaja menos de 7 horas y media" y B al suceso "el empleado trabaja más de 6 horas", tenemos que calcular:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Por lo calculado en el segundo apartado P (B) = P (X > 6) = 1 – P (X ≤ 6) = 1 – P (X < 6) = 1 – 0,5626 = 0,4375. Por otra parte, P (A ∩ B) = P (6 < X < 7,5) es:

$$P(6 < X < 7{,}5) = \int_6^{7{,}5} \frac{1}{32} x\,dx = \frac{1}{32}\left[\frac{x^2}{2}\right]_{x=6}^{x=7{,}5} = \frac{7{,}5^2}{64} - \frac{36}{64} = 0{,}3164$$

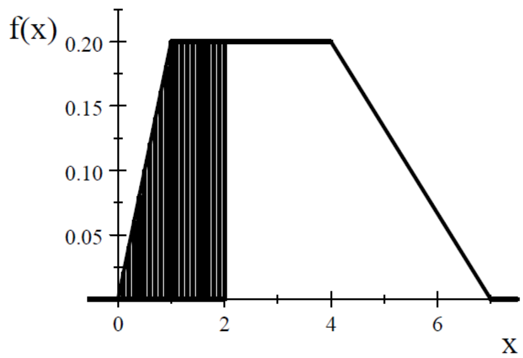
Por tanto:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}3164}{0{,}4375} = \mathbf{0{,}7232}$$

PROBLEMA 2

a) ***¿Cuál es la probabilidad de que la ambulancia recorra menos de dos kilómetros?***

Esta probabilidad se corresponde con el área que queda entre la función de densidad y el eje horizontal en el intervalo (- ∞, 2), es decir, el área de la zona rayada en el gráfico siguiente:



El área rayada es el área de un triángulo con base 1 y altura 0,2, más el área de un rectángulo de base 1 y altura 0,2. Por tanto, llamando X a la v.a. distancia que tiene que recorrer la ambulancia, se tiene que:

$$P(X < 2) = \frac{base\ x\ h}{2} + \text{base x h} = \frac{1\ x\ 0{,}2}{2} + 1 \text{ x } 0{,}2 = \mathbf{0{,}3}$$