RESUMEN DISTRIBUCIONES

- **Distribución NORMAL:**

La v.a. X sigue distribución normal: X $\sim N(\mu, \sigma^2)$ siendo $\mu = E(X)$ y $\sigma^2 = Var(X)$.

Normal estándar: Z $\sim N(0,1)$ siendo $\mu = E(Z) = 0$ y $\sigma^2 = Var(Z) = 1$.

Tipificar o estandarizar: si X $\sim N(\mu, \sigma^2) \rightarrow Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$.

- Si tenemos una m.a.s de una v.a. X $\sim N(\mu, \sigma^2)$ entonces $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$.

  Por tanto, $\frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} \sim N(0,1)$.

- Si la v.a. no sigue distribución normal y el tamaño de la muestra es suficientemente grande podemos aplicar el *Teorema Central del Límite (TCL)*:

  Sea $X_1, X_2, \dots, X_n$ una m.a.s de tamaño n de la v.a. X con E(X) = μ y Var(X) = σ^2 si n suficientemente grande (n ≥ 100) entonces $\bar{X} \cong N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$.

  Y tipificando: $\frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} \cong N(0,1)$.

- **Distribución BINOMIAL:**

Distribución binomial: $X_i \sim Bi\ (1,p)$ siendo E(X_i) $= p$ y Var(X_i) $= p(1-p)$.

Si las n v.a. $X_i \sim Bi\ (1,p)$ son independientes entonces $\rightarrow \sum_{i=1}^{n} X_i \sim Bi\ (n,p)$ siendo E($\sum_{i=1}^{n} X_i$) $= np$ y Var($\sum_{i=1}^{n} X_i$) $= np(1-p)$.

- La proporción muestral $\hat{p}$ no sigue distribución conocida $\rightarrow$ aplicamos, si se puede, el *TCL*:

  Si el tamaño de la muestra es suficientemente grande (suele funcionar cuando np(1-p)>5) entonces podemos aplicar el TCL y $\hat{p} \cong N(p, \frac{p(1-p)}{n})$.

  Y si tipificamos: $\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \cong N(0,1)$.

- **Distribución CHI-CUADRADO:**

Distribución chi-cuadrado con n grados de libertad:

$W = \sum_{i=1}^{n} Z_i^2 \sim \chi_n^2$ siendo Z_i v.a. i.i.d., con distribución normal estándar.

<u>Características</u>: E(W) = n (son los grados de libertad)

Var(W) = 2n

<u>Teorema</u>:

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a.s de tamaño n de la v.a. X $\sim N(\mu, \sigma^2)$ entonces $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$ es una v.a. con distribución chi-cuadrado con n-1 grados de libertad.

- **Distribución t de STUDENT:**

Distribución t de Student con k grados de libertad:

$Y = \frac{Z}{\sqrt{\frac{W}{k}}} \sim t_k$ siendo Z $\sim N(0,1)$ y $W \sim \chi_k^2$ con Z y W v.a. independientes.

<u>Características</u>: E(Y) = 0 si k>1

Var(Y) = $\frac{k}{k-2}$ si k>2

<u>Teorema:</u>

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a.s de tamaño n de la v.a. X $\sim N(\mu, \sigma^2)$ entonces $\bar{X}$ y S^2 son independientes y $\frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} \sim t_{n-1}$ es una v.a. con distribución t de Student con n-1 grados de libertad.

- **Distribución F de FISHER:**

Distribución F con k_1 grados de libertad en el numerador y k_2 grados de libertad en el denominador:

$$W = \frac{\frac{X}{k_1}}{\frac{Y}{k_2}} \sim F_{k1,k2} \text{ siendo } X \sim \chi^2_{k1} \text{ e } Y \sim \chi^2_{k2} \text{ con X e Y v.a. independientes.}$$

<u>Características</u>: E(W) = $\frac{k_2}{k_2-2}$ para $k_2 > 2$

$$W \sim F_{k1,k2} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{W} \sim F_{k2,k1}$$

- **Distribución UNIFORME:**

La v.a. X sigue distribución uniforme: X $\sim U(a,b)$ si su función de densidad es:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & si\ x \in (a,b) \\ 0, & si\ x \notin (a,b) \end{cases}$$

Esta v.a. queda definida por los extremos del intervalo, es decir, a y b son sus parámetros.

<u>Características</u>: $E(X) = \frac{a+b}{2}$

$$Var(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$